**Список вопросов к экзамену по предмету «Математический анализ»**

**Осенний семестр, 2018-2019 учебный год**

1. Критерий различия действительных чисел.
2. Теорема о плотности множества действительных чисел.
3. Несчетность множества действительных чисел.
4. Теорема о гранях.
5. Определение предела последовательности и M-лемма.
6. Единственность предела и ограниченность сходящейся последовательности.
7. Сумма, произведение и частное пределов.
8. Лемма о сжатой последовательности.
9. Сходимость монотонной ограниченной последовательности.
10. Существование монотонной подпоследовательности и принцип выбора.
11. Число e.
12. Критерий Коши для предела последовательности.
13. Определение предела функции и M-лемма.
14. Критерий Гейне для предела функции.
15. Критерий Коши для предела функции.
16. Определение непрерывности функции и типы точек разрыва.
17. Критерий Гейне непрерывности.
18. Критерий непрерывности монотонной функции.
19. Непрерывность обратной функции.
20. Непрерывность сложной функции.
21. Теорема о стабилизации знака.
22. Теорема о локальной ограниченности непрерывной функции.
23. Непрерывность суммы, произведения, частного функций.
24. Тригонометрический предел sin(x)/x.
25. Показательно-степенной предел (1+x)1/x.
26. Логарифмический предел ln(1+x)/x.
27. Показательный предел (ex-1)/x.
28. Степенной предел ((1+x)m-1)/x.
29. Теорема о промежуточных значениях непрерывной функции.
30. Теорема Вейерштрасса.
31. Определение равномерной непрерывности и теорема Кантора.
32. Определение производной, её геометрический и механический смысл.
33. Теорема о производных арифметических комбинаций.
34. Производные основных тригонометрических функций.
35. Производные степенной, показательной и логарифмической функций.
36. Теорема о производной обратной функции.
37. Теорема о производной сложной функции.
38. Определение дифференциала функции и критерий дифференцируемости.
39. Правило Лейбница.
40. Инвариантность формы первого дифференциала.
41. Производная параметрически заданной функции.
42. Теорема Ферма (необходимое условие экстремума).
43. Теорема Ролля.
44. Теорема Лагранжа.
45. Теорема Коши.
46. Критерий постоянства дифференцируемой функции и теорема о функциях с равными производными.
47. Правило Лопиталя.
48. Формула Тейлора и теорема об остаточном члене.
49. Остаточный член формулы Тейлора в форме Лагранжа.
50. Остаточный член формулы Тейлора в форме Коши.
51. Остаточный член формулы Тейлора в форме Пеано.
52. Разложение ex, sin(x), cos(x), ln(1+x), (1+x)m по формуле Тейлора.
53. Критерии монотонности и строгой монотонности.
54. Необходимое условие локального экстремума.
55. Первое достаточное условие локального экстремума (через изменение знака производной).
56. Второе достаточное условие локального экстремума (с ненулевой второй производной в точке).
57. Третье достаточное условие локального экстремума (с нулевой второй производной в точке).
58. Определение и геометрический смысл выпуклой функции.
59. Критерий выпуклости дифференцируемой функции.
60. Критерий выпуклости дважды дифференцируемой функции.
61. Определение точки перегиба и необходимое условие перегиба.
62. Первое достаточное условие точки перегиба (через изменение знака второй производной).
63. Второе достаточное условие точки перегиба (с ненулевой третьей производной в точке).
64. Третье достаточное условие точки перегиба (с нулевой третьей производной в точке).
65. Теорема о глобальном минимуме выпуклой функции.
66. Определение асимптот, алгоритм нахождения наклонных асимптот.
67. Определение первообразной и теорема об общем виде первообразной.
68. Внесение множителя под знак дифференциала и замена переменной в неопределенном интеграле.
69. Интегрирование по частям.
70. Теорема о разложении рациональной функции в сумму простейших дробей.
71. Интегрирование простейших дробей.
72. Интегрирование произвольных рациональных функций.
73. Рационализация с помощью подстановок Эйлера.
74. Рационализация с помощью подстановок Чебышева.
75. Интегрирование рационально-тригонометрических функций.
76. Определение интеграла Римана и его геометрический смысл. M-лемма.
77. Первое необходимое условие интегрируемости по Риману (сходимость последовательности интегральных сумм к значению интеграла).
78. Второе необходимое условие интегрируемости по Риману (ограниченность интегрируемой функции).
79. Критерий Коши интегрируемости по Риману.
80. Теорема об интегрируемости по Риману непрерывной функции.
81. Линейность, монотонность и аддитивность интеграла Римана.
82. Теорема о среднем и её геометрический смысл.
83. Теорема Барроу.
84. Формула Ньютона-Лейбница.
85. Замена переменных в определенном интеграла (включая несобственные интегралы).
86. Формула интегрирования по частям для интеграла Римана.
87. Теорема о колебании непрерывной функции.
88. Необходимое условие Дарбу интегрируемости по Риману.
89. Достаточное условие Дарбу интегрируемости по Риману.
90. Классы интегрируемых по Риману функций.
91. Критерий квадрируемости.
92. Площадь криволинейной трапеции и криволинейного сектора.

Задачи из сборника задач Б.П. Демидовича, включая разделы:

1. Введение в анализ.
2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной.
3. Неопределенный интеграл.

**Базовый минимум, необходимый для получения положительной оценки:**

1. Знание определений предела, производной, интеграла (определенного и неопределенного).
2. Геометрический и механический смысл производной, геометрический смысл определенного интеграла.
3. Умение вычислять пределы, не содержащие неопределенностей. Умение раскрывать простые неопределенности (0:0 или ∞:∞) в выражениях типа отношения двух многочленов.
4. Знание производных и интегралов от основных элементарных функций.
5. Умение вычислять производные, используя теорему о производной сложной функции.
6. Знание замечательных пределов.
7. Знание основных разложений по формуле Тейлора и их остаточных членов.
8. Понимание связей между непрерывностью, дифференцируемостью, интегрируемостью (т.е. какие из этих свойств следуют одно из другого); существованием пределов, монотонностью, ограниченностью.

**Заведующий кафедрой** С.А. Мазаник

**Преподаватель** М.М. Васьковский